

# 生産・労務指標の共分散構造化に関する一試行

## Structural Equation Models of some Economic Indicators

伊藤 格 夫

ITOH Kakuo

生産活動に関する経済指標のうち「生産指数」と「機械受注」、および生産に関連する労務活動の代表的な指標として「新規求人数」と「所定外労働時間指数」の合計4指標について、90年代の10年間の時系列データによって、生産と労務の関係を解析した。

これによって、経営の基本的要素として従来からいわれている「ヒト」「モノ」「カネ」などの経営管理上の概念を、それを観測する適切なデータを集積することにより、その標本によって確率変数上の[概念]としての数理モデルの観点から確かめることの可能性の一端を試した。

用いた方法は、近年普及しつつある構造方程式モデリングによる共分散構造分析で、この方法の特徴は、最尤推定法や最小二乗法などを駆使して多くのパラメータを同時推定することにある。特に、昨今のパソコンの高速化とソフトウェアの相次ぐバージョンアップによって、多くの連立方程式を数式を直接使わずにグラフィカルに入力してそのまま容易に解を求めることができるようにまでなってきた。

本稿においては生産と労務の関係だけを単純化してとりあげ、かつ、その結論は常識の範囲を出るものではなかった。しかし、設定した数理モデルと実現値である標本データとの適合度も判定できる点などで在来の方式より精緻化した結果が得られるメリットがあり、今後の経済・経営面の研究にも進展が期待できるものと考えられる。

キーワード：経済指標、生産と労務、共分散構造分析、最尤推定

economic indicators, production and labour management, analysis of covariance structure, maximum likelihood estimation

### 1. 目的

経営の基本要素として一般に「ヒト」「モノ」「カネ」があげられる。現実の場ではこれらの要素が複雑にからまり合いながら機能しているが、ごくマクロにみた場合、経営全体のなかでこの要素がどのようにかわっているであろうか。

本稿では、とりあえず経営という概念を生産関係に限定し、わが国の産業界のなかで大きな領域を占めている製造工業についてこれをみるために、鉱工業指数など従来から時系列的に観測（測定）されてきているいくつかの経済指標を標本としてその分析を試みる。

とりあげる時系列の期間は90年代の10年間（120カ

月）とする。この10年間は、いわゆるバブルの崩壊による生産低下に始まり、94年頃を底として上昇に転じ、97年を頂上に再び低下、そして99年から徐々に上昇の過程をたどりつつあるという、起伏に富んだ10年間であった。

### 2. 分析に用いた経済指標

鉱工業指数として代表的な指標には「生産指数」「生産者出荷指数」「生産者製品在庫指数」などが経済産業省から、また内閣府からは「機械受注統計」が毎月公表されている。「ヒト」すなわち労働に関する統計データは主として厚生労働省と総務省統計局から出されている。「カネ」については今回はとりあげな

表1 生産関係の経済指標

経済指標	「略称」
機械受注額（除船電・民需）	「機械受注」
生産指数（製造工業）	「生産指数」
生産者出荷指数（製造工業）	「出荷指数」
生産者製品在庫指数（製造工業）	「在庫指数」
新規求人数（除新学卒者）	「新規求人」
所定外労働時間指数（製造工業）	「所定外時間」

いが、主として財務省や日本銀行からそれぞれ資料が提供されている。

さて、生産と労働の基本的な関係をみるために、表1の各時系列指標（以下単に指標という）をとりあげた。このうち「出荷指数」を除いた5指標は景気動向指数（DI, Diffusion Index）にも採用されているもので、経済諸指標のなかでも比較的に変動が明瞭にあらわれる指標である。表1の6指標のうちはじめの4つは生産活動に関するもの、あとの2つは労務に関する指標である。なお、これらの指標の分析に用いたデータは、経済統計年鑑2000（東洋経済新報社）のCD-ROMからダウンロードしたものである。

各指標の原系列値は月々の変動がかなり激しい。たとえば、「機械受注」では、毎年半期ごとの最終月にあたる9月と3月に特に受注が多く、平常月の5割増あるいは2倍近い金額に突出する傾向がある。そこでこのような大きな変動をならすために季節調整（季調）の操作が加えられる。ただし、この操作は単なる移動平均ではなく、得られた季調値にはかなりの変動傾向が残ってはいるが、全体のトレンドを示すデータとなっている。なお、この季調操作によって各サンプル（120ヵ月）の値が月々の観測値としての独立性を失うことにはなるが、以下の分析において、それによる本質的な影響はもたらされない。したがって、季調

がおこなわれていない「所定外時間」を除いてはすべて季調データを用いる。

一方、これら6指標の観測値が作成された過程で、指標間相互に共通するデータは使用されていない。すなわち各指標の間に従属関係はなく互いに独立している。なお、一般に多変量の時系列標本に対してはvector autoregressionなどのモデルが用いられるが、自己回帰モデルに多変量解析を適用する場合には変量間の独立性の問題が存在するため、本稿の多変量解析では、それに抵触しない観点からの分析に限定しておこなう

また、各指標の標本分布の型がかならずしもスッカリとした正規型とはいえないが、以下の分析で用いる最尤推定量の頑健性（robustness）からして、この点での大きな問題はないものと考えられる。

さて、各指標の間の共分散を求めるにあたり、まず各指標ごとにその平均値を0、標準偏差を1に標準化した。したがって得られた共分散行列は相関行列である。これを表2に示す。

### 3. 因子分析法について

本研究における主要な方法として因子分析を用いる。近年、因子分析法は共分散構造分析の下位モデルとして新たな進展をみせている。

因子分析は、観測変数の共分散（相関）関係をベースにして、その構造化をおこなう線形モデルのひとつである。一般に統計において線形の数理モデルは

$$y = \alpha X + e$$

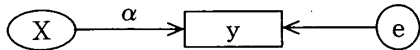
の式であらわされる。ここで $y$ は観測値( $y_1, y_2, \dots, y_N$ )の列ベクトルで確率変数 $Y$ の実現値である。 $X$ は因子分析の場合 $Y$ の原因と考えられる構成概念で、観測値の列ベクトル $y$ （あるいは確率変数の列ベクトル $Y$ ）と同じくベクトルであらわされる。 $\alpha$ は $X$ の係数で、原因 $X$ の結果 $Y$ に対する影響力の大きさを意味する。 $e$ は $X$ 以外の要因として想定される項で、一般には誤

表2 経済指標の相関行列（N=120）

	機械受注	生産指数	出荷指数	在庫指数	新規求人	所定外時間
機械受注	1.0000					
生産指数	.8301	1.0000				
出荷指数	.7154	.9601	1.0000			
在庫指数	-.1501	-.0843	-.0187	1.0000		
新規求人	.8456	.7987	.6801	-.2531	1.0000	
所定外時間	.8071	.7770	.6603	-.3721	.9093	1.0000

差あるいはノイズ，因子分析では特に独自性 (uniqueness) と呼ばれ，共通因子(X)を想定してモデル化している因子空間では扱いきれない独自の部分として (従来は) 処理してきた。

さて，上式の数理モデルをグラフィックに表現する場合



のようにあらわされる。ここで，観測されている変数は  $\square$  で囲み，観測されない構成概念は  $\circ$  で囲まれている。誤差  $e$  も観測されない一種の構成概念である。矢印であらわされるパスは，矢尻の側が原因，矢先の側が結果を意味する。上図の場合，原因が  $X$  と  $e$  の2つでそれによって結果  $y$  が得られたとする数理モデルであり，このようにあらわされたパス図は上式によってあらわされている数理モデルと等価である。

因子分析では，従来から観測データの共分散行列 (各変数が標準化されている場合は相関行列) に固有値分解を適用して上式の係数 (因子負荷量) を求める手法が主流であった。しかし，誤差が不可知であること (共通性の問題) および係数行列の軸が一意的に定まらないこと (軸回転の問題) などが長年の間の課題であったが，60年代後半以降ヨレスコグら (Joereskog ; 1967, 1969, 1978 : Bentler & Weeks ; 1980) によってパラメータの推定に最尤法を用いることが進められ，コンピュータの高速化とソフトウェア (LISREL など) のバージョンアップによって世界的に普及してきた。わが国でも豊田ら (豊田1990, 1991, 1992, 1997, 1998a, 1998b, 2000 : 豊田, 前田, 柳井1992) の啓蒙の努力があり，これを用いた研究発表が増えてきた。

#### 4. モデルの適合度

最尤法などによるパラメータ推定の手法のメリットは，モデルの適切さを評価する適合度の算出ができることであり，たとえば，仮定したモデルと飽和モデル (saturated model ; 標本に完全適合した場合のモデル) との尤度比を計算することなどが可能となる。豊田 (2000, p.26) が強調するように，従来の因子分析法では因子分散の全分散に対する比 (因子寄与率) が得られるだけであり，これでは因子モデルの妥当性が証明されたことにはならないという不十分さがあった。

モデル全体の妥当性評価は，最小化関数の値と標本数の積が近似的にカイ2乗分布に対応することを利用して検定をおこなうことができる。ただし，この場合は「モデルが標本に適合していないとはいえない」と

いうように二重否定の観点からしか判定できないもどかしさがあり，また，この近似的カイ2乗値は標本数に大きく左右されるという問題がある。

また，赤池情報量基準 (AIC, Akaike's Information Criterion) は最尤モデルの評価指標ではあるが，当該モデルにおける真の分布の推定にはかかわらないため，モデル間の比較には有効であるが単独のモデルについての絶対評価ができない。

その点，GFI (Goodness of Fit Index) は，モデルから推定される共分散と標本共分散との差を直接とりあげて数値化されており，ダイレクトに適合の度合いにアプローチできる。しかし，同じモデルでもパラメータの制約 (restriction) の数に応じてGFIの値が見かけ上で変化するため，その弊害を修正したAGFI (Adjusted GFI) なども提案されている。

その他，適合度を判定する方法の多くのバラエティのなかの代表的なものとして，たとえばCFI (Comparative Fit Index) は，独立モデル (independent modelあるいはbaseline model ; 観測変数が完全に独立，すなわち変数間に全く相関がないと仮定したモデル) と対比した適合度指標である。

また，RMR (Root Mean square Residual) は，残差行列，すなわちモデルによって構成された分散共分散行列と標本の分散共分散行列との差に着眼して指標化したもの，さらに，RMSEA (Root Mean Square Error of Approximation) は，構造方程式によって推計された真の母集団の分布とモデルとの乖離を自由度単位の量としてとらえたもので，かなり敏感に適合度が評価できる。

また，自由度そのものに視点を置いて，モデルに課されている制約の度合いから「節約」のレベルを評価するPRATIO (Parsimony RATIO) は，一般に統計モデルの基本的理念である「結果を説明するため以上の原因を仮定すべきではない」という原則そのものを数値化したものとして有用である。

モデルの適合度について，今のところ唯一の判断基準は確立されておらず，多くの計算ソフトウェアでは各種の適合度指標をずらりと並べてそれぞれの推計結果がアウトプットされるようになっており，結局のところそれらを全体的に勘案しながら，得られている各パラメータの状態，あるいは構造変数に対する決定係数などもあわせて，総合的に判断をする必要がある。

しかしながら，いずれにしても仮説としてのモデルを立てた以上，その「適合度」に直接アプローチでき

るようになったのが新機軸である。

## 5. 探索的因子分析

表1の6指標による因子構造を探索するために、図1の因子モデルを仮定して、これに最尤推定法を適用した。経営における「生産活動」とそれに対応する「労務活動」の2因子から成ることを仮定したモデルである。図中の双方向の円弧矢印は共分散（相関）関係をあらわす。使用したソフトウェアはAmos (Analysis of MOment Structures) Ver. 4.01である。

図1に示されている変数の数は、内生変数 (endogenous variables) が6個、および外生変数 (exogenous variables) として因子が2個と内生変数にかかわる誤差が6個で、合計14個の変数がある。一方、計算スタート時のパラメータは、因子1と2からの12本の矢印で示したそれぞれの係数値および誤差6個のそれぞれの分散の値で合計18個である。

因子1と2の共分散は、これが直交する前提で0に固定した。さらに誤差の係数6個と、因子2個の分散をすべて1に固定したが、このままでは方程式の解が不定であり母数が識別されない。そこで、因子から観測変数へのいずれかのパス係数値を固定する必要がある。このモデルの仮説に整合する固定のしかたとしては、因子2から「機械受注」「生産指数」「出荷指数」のいずれかへの係数値を0に固定することであるが、そのいずれがもっとも妥当であるかは得られた推定値の解釈が合理的にできるかどうかにかかっている。

ところが、この3指標へのパスのいずれかを0に固定してそれぞれ推計計算をおこなってみたところ、いずれの場合も「生産指数」の誤差e2の分散がマイナスの値になりモデルは成立しない。そこで、あらためて誤差の分散を6個とも1に固定、一方その誤差からのパス係数をすべて自由母数に開放した。この状態で、図1に示したように「出荷指数」へのパスを0に固定した場合に最も妥当と考えられる結果を得た。これ以外の場合には、不適解にはならないまでも、因子負荷量の状態が論理的に説明しづらいパターンとなる。

なお、最終的に得られた図1にみるとおり、誤差e1とe3の共分散、および誤差e4とe6の共分散の存在をいずれも認めないと、モデルが標本に適合しない状態である。このことは、これらの共分散にかかわる変数が因子1および2以外の独自性によって大きな影響を受けていることを示している。

また、「出荷指数」の負荷量の状態は「生産指数」とよく似ており（表2からもわかるとおり両指標

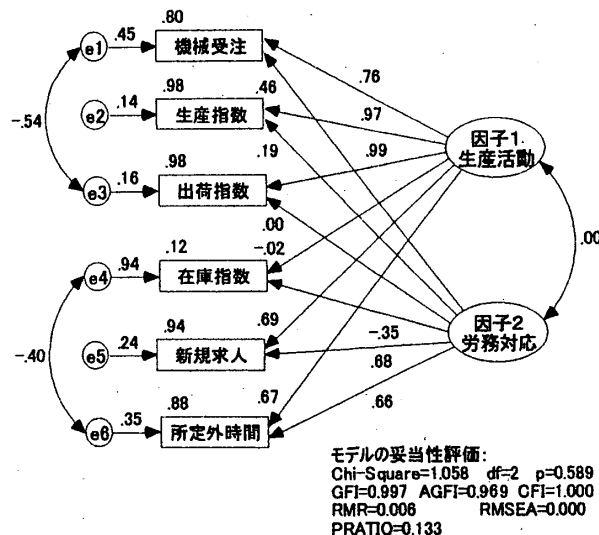


図1 探索的因子分析(直交解)(最尤法による標準化推定値) 各観測変数=経済指標=の左肩の数値は「決定係数」

は.96の高い相関をもつ。現実の経営においても、多くの健全な生産活動においては、生産即出荷が最も望ましい在り方であり、日々その努力がなされている)、この両指標は重回帰空間で共線性の問題をはらんでいる。

一方、「在庫指数」は因子2に-.35の負荷量で、これは在庫増にともなって労務（「新規求人」と「所定外労働時間」）に抑制がかかることを意味し、このことには問題はないにしても、決定係数が.12（重相関係数が.35）で、このモデルのなかでのウエイトはほとんど認められない。以上の判断から、以後この解析において「出荷指数」と「在庫指数」を削除して進めることとする。

## 6. 確認的因子分析

前項での探索の結果をもとに、「機械受注」他3指標を標本として、日本企業の90年代における生産活動と労務対応の構造モデルを図2のとおり解析した。すなわち、外生的潜在変数として2つの因子が、それぞれ2つずつの経済指標に対して影響を与えているモデルである。

仮定した2つの因子の相関は.93ときわめて高いが、このモデルの適合度に問題はなく、また、パラメータの制約も識別を得るための最低限におさえて最適解を得ている。

この両因子それぞれの因子得点 (factor score) の状態をグラフにあらわすと図3のとおり、両者はほとんどからみ合って推移している。これが.93の高い因子間相関の状態をあらわしているのであるが、両因子の因果関係については、この両カーブの状態を見るだ

けではわからない。生産が労務に影響を与えているのか、労務が生産を規定しているのか、現実の体験からは両方の場合が存在し、いわば相互作用的に機能し合っているとも考えられるが、標本データの構造はどうなっているであろうか。

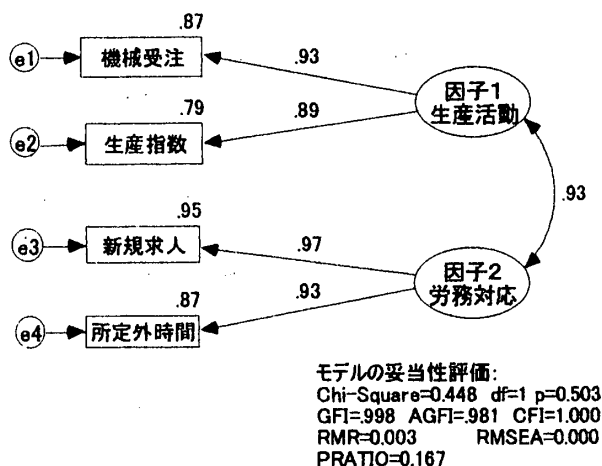


図2 確認的因子分析(最尤法による標準化推定値)  
 各観測変数=経済指標=の右肩の数値は「決定係数」

そこで、時系列データのタイムラグを利用して、1ヵ月ズレの影響の強度を推計して比較してみる。すなわち、確認的因子分析の結果から算出された両因子の時系列因子得点によって、図4に示すように、各時点(各月)tにおける得点がt-1の時点(前月)から受ける強度(パス係数値)を推計した。その結果は、図4にみるように、因子1(生産活動)から因子2(労務対応)へはほとんど影響をおよぼしていない(標準偏回帰係数.02)のに対して、因子2から因子1へは.36の影響力(1%水準で有意)を示している。これは因子2を構成する指標のうち「新規求人」のウエイトが高いため、新規求人は生産に先立っておこなわれることが多いことによると考えられる。一般に用いられている景気動向指数のなかでも新規求人は先行系列としてとりあげられている。

また、同一因子においてt-1からtへの影響、すなわち前月から当月への影響の大きさは、因子1が.59、因子2が.96で、特に因子2の値が高いのは、経営における労務という機能の特性からして、1ヵ月程度のラグでは大きな変化のないことを示しているものと解釈できる。

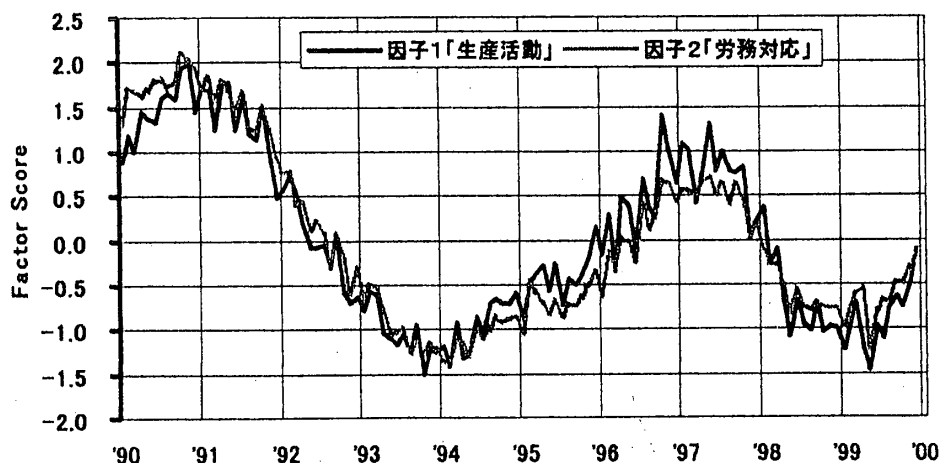


図3 時系列因子得点の状態

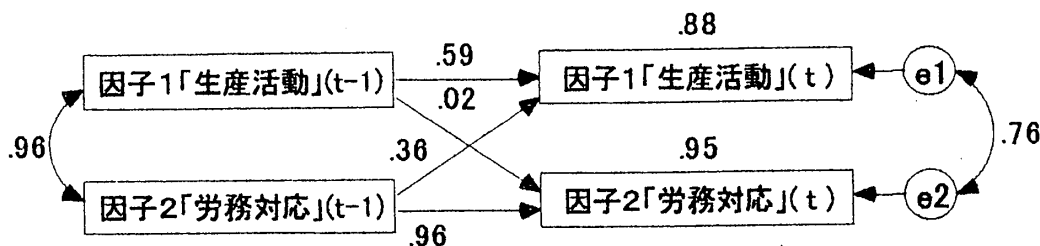


図4 生産と労務因子の多変量重回帰分析(t時点因子の上部の数値は決定係数)  
 (時系列因子得点によるタイムラグ1ヵ月の飽和モデル)

なお、図4のなかで、t時点での両因子それぞれに影響をあたえている誤差(e1およびe2)の相関が.76であるのは、t-1時点(前月)からの影響を除いた両因子の偏相関が.76であることを示している(t-1からの影響もすべて含めた両因子の正準相関は図2にみるとおり.93である)。

以上の考察から、基本的な因果関係としては因子2から因子1へ影響がおよぼされるという前提で図5の多重指標モデルを仮定して推計をおこなった。標本を2波2指標のパネルデータに見立てた縦断的モデルである。図のなかで因子1にささっているdは、内生的潜在変数としての因子1の攪乱(disturbance)要因で、当モデル内における一種の誤差変数である。

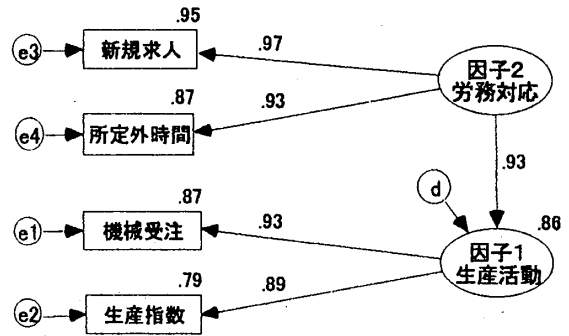
なお、図5において因子1と2の間に双方向の矢印を想定した非逐次モデル(nonrecursive model)も試してみたが、その場合は不適解(因子の分散がマイナス)を生じて成り立たなかった。

7. 生産と労務の重回帰構造

前項でみた生産と労務の因子モデルを前提にして、そこでとりあげた観測変数である4つの経済指標自体の回帰構造を検討する。

想定したモデルとその解析結果を図6に示す。この多変量重回帰モデルにおいて、「新規求人」は従属変数である生産の両指標にそれぞれ.5~.6レベルの標準偏回帰係数値、「所定外時間」はそれぞれ.2レベルの値である。所定外時間は、むしろ生産活動と同時に発生するものであり、かならずしも生産活動にたいする原因とはならないことをこの.2という低い係数値が示している(「生産指数」への係数値.29のみは、かろうじて5%レベルの有意性を持っている。これは、時間外労働が生産指数の増大に低い確率ながらその促進的要因となっていることを示している)。

さて、図6の労務2指標と生産2指標の回帰構造のなかに潜在変数をひとつ挿入したモデルを考えてみる。図7の如く、新規求人などに対応して[生産活動]がなされ、その結果として機械受注や生産指数が増大するという設定である。ここで、潜在変数としての構成概念[生産活動]から機械受注と生産指数への回帰は、既に図2(あるいは図5)でみた生産の因子構造である。図7における潜在変数[生産活動]の挿入によって、機械受注と生産指数のそれぞれの決定係数が、図6の場合と比較して増加しているのがわかる。このモデルはMIMICモデル(Multiple Indicator Multiple Cause model)と呼ばれるもので、図6の場合の労



(適合度は確認的因子分析の場合と同じ)

図5 労務・生産の多重指標モデル(最尤法による標準化推定値) 各観測変数および因子1の右肩の数値は「決定係数」

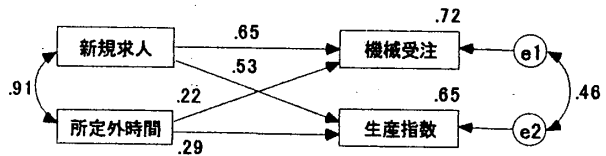
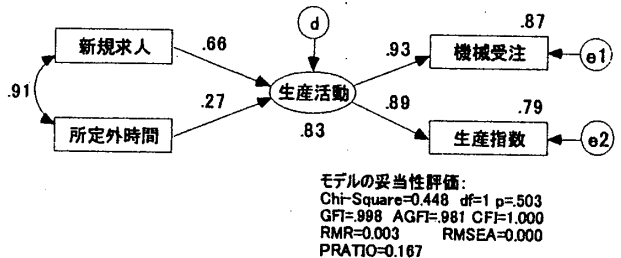
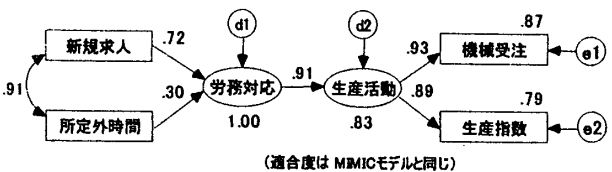


図6 労務と生産指標の多変量重回帰分析(飽和モデル) (最尤法による標準化推定値) 生産各指標の右肩の数値は「決定係数」



モデルの妥当性評価:  
Chi-Square=0.448 df=1 p=.503  
GFI=.998 AGFI=.981 CFI=1.000  
RMR=0.003 RMSEA=0.000  
PRATIO=0.167

図7 生産活動のMIMICモデル(最尤法による標準化推定値) 生産各指標の右肩および潜在変数下部の数値は「決定係数」



(適合度はMIMICモデルと同じ)

図8 労務・生産のPLSモデル(最尤法による標準化推定値) 生産各指標の右肩および潜在変数の下部の数値は「決定係数」

務2指標と生産2指標の間の重相関の希薄化 (attenuation) が潜在変数の挿入によって修正されていることを示している。

さらに、労務2指標からのパス係数はそれぞれ.6および.2レベルで、これは図6と図7を比較しても基本的には変化していない。そこで図8のとおり労務を象徴する潜在変数〔労務対応〕を入れる。なお、この潜在変数への誤差 $d_1$ はその分散を0 (攪乱要因なし) に固定、すなわち、この潜在変数の決定係数を1に固定して最尤推定値を求めた結果である。これによって、今度は「新規求人」および「所定外時間」からのパス係数値が増加していることがわかる。

このモデルのように内生的潜在変数を2個 (あるいはそれ以上) 連ねた形の逐次モデルはPLS (Partial Least Squares) モデルと呼ばれる。ついでながら、このモデル構造の形態は、潜在変数〔生産活動〕から先へのパスは上に述べたように因子構造であるのに対して、前半の「新規求人」および「所定外時間」から潜在変数〔労務対応〕へのパスは、両指標の分散がひとつの潜在変数を形成する機能、すなわち主成分分析を意味している。すなわち、このモデル全体としては、まず労務の両観測指標を外生変数として潜在変数〔労務対応〕が形成され、その結果、〔生産活動〕という潜在的構成概念によって生産2指標への影響が与えられているのである。

以上、この項で試みたように、従来の回帰分析が (図6のように) もっぱら観測変数のみで構成されるものであったのに対して、観測されない概念上の潜在的確率変数を導入して、かつ誤差の存在をも含めて同時解析するところにこの共分散構造分析の特徴がある。

## 8. まとめ

経営の基本的要素として従来からいわれている「ヒト」「モノ」「カネ」に関する経営管理の概念は、それを観測する適切なデータを集積することにより、その標本によって確率変数としての〔概念〕として数理モデルの観点から確かめることが可能である。

本研究での試みは、「ヒト」に関する指標、それも「求人」と「労働時間」だけに単純化したモデルをとりあげた。これ以外に経営要素としては、資金などの「カネ」、あるいは技術力などの広義の「情報」も重要である。さらに、とりあげる時系列の期間についても、今回は90年代の10年間をまとめて用いたが、経営は景気の上昇期、停滞期、下降期などの違いによって

も、各経営要素に対する取り組みに違いがあるだろう。あるとすればそれは具体的にはどのような違いが認められるであろうか。そのためには、論理的に的確に構築した仮説モデルと、そのモデルを検証するに適した標本データを得る努力によって、その解明がさらに可能になっていくであろう。

## 9. 主要参考文献

- (1) Arbuckle, J.L. & Wothke, W (1999) *Amos 4.0 User's Guide*, SmallWaters Corporation
- (2) Bentler, P.M. & Weeks, D.G. (1980) Linear structural equations with latent variables. *Psychometrika*, 45, 289-308.
- (3) Joereskog, K.G. (1967) Some contributions to maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, 32, 443-482.
- (4) Joereskog, K.G. (1969) A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, 34, 183-202.
- (5) Joereskog, K.G. (1978) Structural analysis of covariance and correlation matrices. *Psychometrika*, 43, 443-477.
- (6) 豊田秀樹 (1990) 「共分散構造の表現」教育心理学研究, 38, 4, 438-444.
- (7) 豊田秀樹 (1991) 「共分散構造分析の下位モデルとその適用例」教育心理学研究, 39, 4, 467-478.
- (8) 豊田秀樹 (1992) 『SASによる共分散構造分析』東京大学出版会.
- (9) 豊田秀樹 (1997) 「測定・評価と共分散構造モデル」教育心理学年報36, 119-127.
- (10) 豊田秀樹 (1998a) 『共分散構造分析 [入門編] 一構造方程式モデリング』朝倉書店.
- (11) 豊田秀樹 (1998b) 『共分散構造分析 [事例編] 一構造方程式モデリング』北大路書房.
- (12) 豊田秀樹 (2000) 『共分散構造分析 [応用編] 一構造方程式モデリング』朝倉書店.
- (13) 豊田秀樹, 前田忠彦, 柳井晴夫 (1992) 『原因をさぐる統計学—共分散構造分析入門』講談社 (ブルーバックス).