

セルオートマトンの実行平面の形状による比較

平岩 冬樹

Fuyuki HIRAIWA

名古屋文理大学 情報文化学部 情報文化学科 はせがわ研究室
HASEGAWA Laboratory, Department of Information Culture, Nagoya Bunri University

平成19年3月28日 提出

要旨

セルオートマトンにより様々な社会現象や自然現象のシミュレーションが可能であるといえる。特に、実行平面を球面にすることにより地球に見立てたシミュレーションにも応用できる。本研究では、正方格子セルオートマトンによる囚人のジレンマのシミュレーションを、有界平面上やトーラス面上のみでなく、シリンダー面や球面でも実行して、シミュレーションの様子を比較した。シミュレーションの様相は、実行平面の違いによって大きく異なっていた。また、今回は、簡単のためシリンダーをトポロジカルに変形したもので球面上の再現としたが、本方法で、球面のシミュレーションとすることも十分可能であると考えられる。

1. はじめに

セルオートマトンを利用したシミュレーションは数多く存在する。その多くは平面上でシミュレーションするものだが、立方格子などによる3次元シミュレーションや、3次元空間内の曲面上などを実行面とする2次元シミュレーションも行われている。とくに実行平面を球面にした場合には、地球の表面や、卵などの表面といったような、現実の物体平面上でのシミュレーションに応用でき、応用価値が高いと思われる¹⁾。

本研究では、囚人のジレンマのセルオートマトン・シミュレーションで、実行平面の形状(単純平面・トーラス面・シリンダー面・球面など)による結果の違いを比較した。

2 実行したシミュレーション

2.1. セルオートマトンと囚人のジレンマセルオートマトン²⁾とは、同じ大きさの正方形(セルという)で区切られた基盤のような面(正方格子という)があり、各セルの隣同士(隣同士というのは自分を中心とした3×3の近傍セルのことである)の状態が各セルの状態(表示の時には色で示す)が変わるとし、その規則を決めておき、初期の色を設定してスタートし、全てのセルに繰り返し同じ規則を施して次の世代の状況を導く処理を、繰り返していくシミュレーションである。

囚人のジレンマとは、例えば、次のような

状況を想定したシミュレーションである³⁾⁴⁾。

ある事件において、共犯と思われる二人の被疑者が別件逮捕で捕らえられたとする。決定的な証拠がない二人の被疑者は、完全に隔離された上で双方に同じく以下の条件を与える。”あなたがこのまま黙秘を続け、もう一人も黙秘を続けた場合（別件の罪にしか問えないため）二人とも懲役2年だ。あなたが自白し、もう一人が黙秘を続けた場合、あなたを司法取引によって刑を1年にする。ただし、もう一人は懲役15年だ。あなたが自白し、もう一人も自白した場合、双方とも懲役10年だ。”

もう一人の方にも、全く同一の条件を伝えてある。このとき、囚人がどちらを選択するのがよい戦略かというのが囚人のジレンマの問題である。

これをセルオートマトンで表現すると、まず自分（注目セル）VS 相手（近傍セル）と考え、隣同士で協力 VS 協力は1点、協力 VS 裏切りは0点、裏切り VS 裏切りは0点、裏切り VS 協力は1.85点のように、それぞれ相手との戦略の比較によって利得を与える。上記の得点の値は、文献4)にしたがって設定したもので、後述のようなアルゴリズムをトーラス平面状で実行した時に、複雑現象を再現するものである。

相手（8近傍）と自分を順番に比べていき、その点数を自分に足していく（合計9セルとの対戦）。そして自分の点数を出したらそれを8つの近傍の得点と比べて、次世代（セルの移り代わりの一回ずつを世代と表現する）では一番点数の高い近傍セルの戦略を真似させる（一番点数が高いものが協力だったら自分も協力になる）³⁾⁴⁾。今回は、200世代までをシミュレートした。

2.2. 実行平面の形状のバリエーション

今回、実際に用いた実行平面は、トーラス面、正方形面、シリンダー面、球面である。

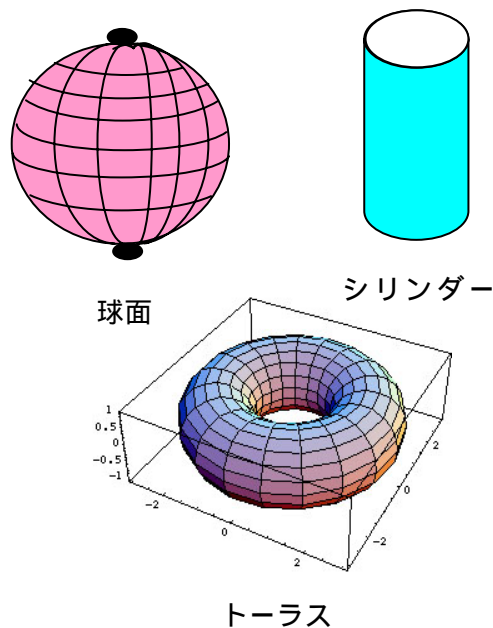


図1 実行平面

図1に、球面、シリンダー、トーラスをそれぞれ示す。それぞれ面上のセルの数は、トーラス面・正方形・シリンダー面では、縦横41セル($41 \times 41 = 1681$ セル)、球面では、そこに北極点と南極点の二つを追加した1683セルを用いた。8近傍+自分の9セルを対戦相手とする正方格子である。

球面（図1）では、南極点と北極点だけは特別に接する41セル全てを近傍セルにして、41セル全てと対戦した点数の合計を41で割り9をかけた。また、北極点、南極点と隣接するセルは近傍セルが7つしかないので7で割り9をかけた。これは他のセルの計算式と重みを同じようにするためである。

2.3. 初期状態と端点の条件

今回は、どの実行形状でも、初期状態として、第一世代で、全てのセルの中心（ $x=21, y=21$ ）の1セルのみに裏切りを配置し、それ以外は全て協力にした。

実行平面の違いは、正方形の上下左右の端の条件の違いだけである。

正方形は、上下左右の端がどこにもつながっていない。プログラム上は端点でも9回対戦するが正方形の周りを協力だけの場合（正

方形) と、裏切りだけの場合 (正方形) の 2 パターン用意した。今回のシミュレーションでは、裏切りとの対戦の利得は 0 点なので、正方形 では、端点の外側にはセルがない (対戦しない) のと同じである。

トーラス面は、上端と下端、右端と左端がそれぞれつながっている。

シリンダー面は、左端と左端のみがつながっている。上端と下端はつながっていない (端点の外側は全て裏切り) 。

球面はセルを二つ追加することにより、南極点、北極点を表現した。前項で述べたとおり、上端のセルは全て北極点、下端のセルは全て南極点のセルにつながっている (図 1 球面) 。

3 . シミュレーションの結果

実行平面の形状ごとに、実行結果を図 2 に、セル数の推移を図 3 に示す。図 2 には 1 世代から順に 25、50、75 世代というように 25 ごとに 200 世代まで抜粋して掲載した。実行平面によっては 200 まで載せずおわっている物もある (図 3 も参照) が、それはずっと同じ状態が続くだけだったので図 2 では省略した。

図 2 のように、実行面の形状にかかわらず、上下対称・左右対称で世代が移りかわっていくことがわかった。

実行面の形状ごとの実行結果の特長について、それぞれ以下に述べる。

(1) トーラス面上での結果

トーラス面上でのシミュレーションの結果は図 2 のようにとても複雑な動きをみせた。また世代によっては協力-協力 (青) がほぼ全てを覆ってしまうようにみえたが裏切り-裏切り (赤) が過半数を占めている世代もあり大変興味深い結果が出た。そして戦略ごとのセル数の移り変わりを表したのが図 3 のグラフである。この図から分かることは初めのうちは変動が激しかったが後半になるほど変動が落ちついていっていることである。

(2) 正方形上での結果

正方形は周りが全て協力のパターン (正方形) と全て裏切りのパターン (正方形) の 2 パターンで行った。この二つは図 2 と 3 をみても分かる通り両方とも 100 世代に満たないうちに全て裏切りになってしまい、特に正方形 はわずか 31 世代までしか変化しなかった。周りの状態を変えるだけで 70 世代近くも違いが出た。

(3) シリンダー面上での結果

シリンダー面上では図 3 のグラフだけ見るとトーラス面上とあまり大差がないように見える。しかし図 2 を見てみると、セルの変化が端まで達していない 25 世代までは同じ変化だったのだが、そこからは異なった変化の様子を見せている。セル数の推移 (図 3) では同じような変化だが戦略パターン (図 2) は明らかに違う動きをみせた。

(4) 球面上での結果

球面上では、変動が他の物に比べ比較的穏やかである。トーラス型やシリンダーなどは山や谷などがわかりやすいのだが、球面上は 25 世代ごとのパターン (図 2) で見るとあまり変化がないようにも見える。

また球面上だけである北極点、南極点も面白い動きを見せた。予測の段階ではこの二つの点は変化しないだろうと思っていた。41 世代までは予測どおり始めに設定した協力のままだったが、42 世代めで二つとも裏切りになり、以後変化しなかった (図 3 の球面型参照) 。

また、ほかと違う所はセル数の推移である。例えばトーラス型などは 7 回協力 - 協力が裏切り - 裏切りを上回っている。正方形 は 31 世代から変わらないので省くが、シリンダー型でも 4 回、97 世代までの正方形 でも 2 回あった。裏切り - 裏切りが、球面型では世代を通じて多く、パターンで見ても全体に赤が多い (図 2) 。

特に、北極点と南極点が裏切りに転じて以降は 200 世代まで常に、裏切り - 裏切りが協力 - 協力より多かった (図 3) 。

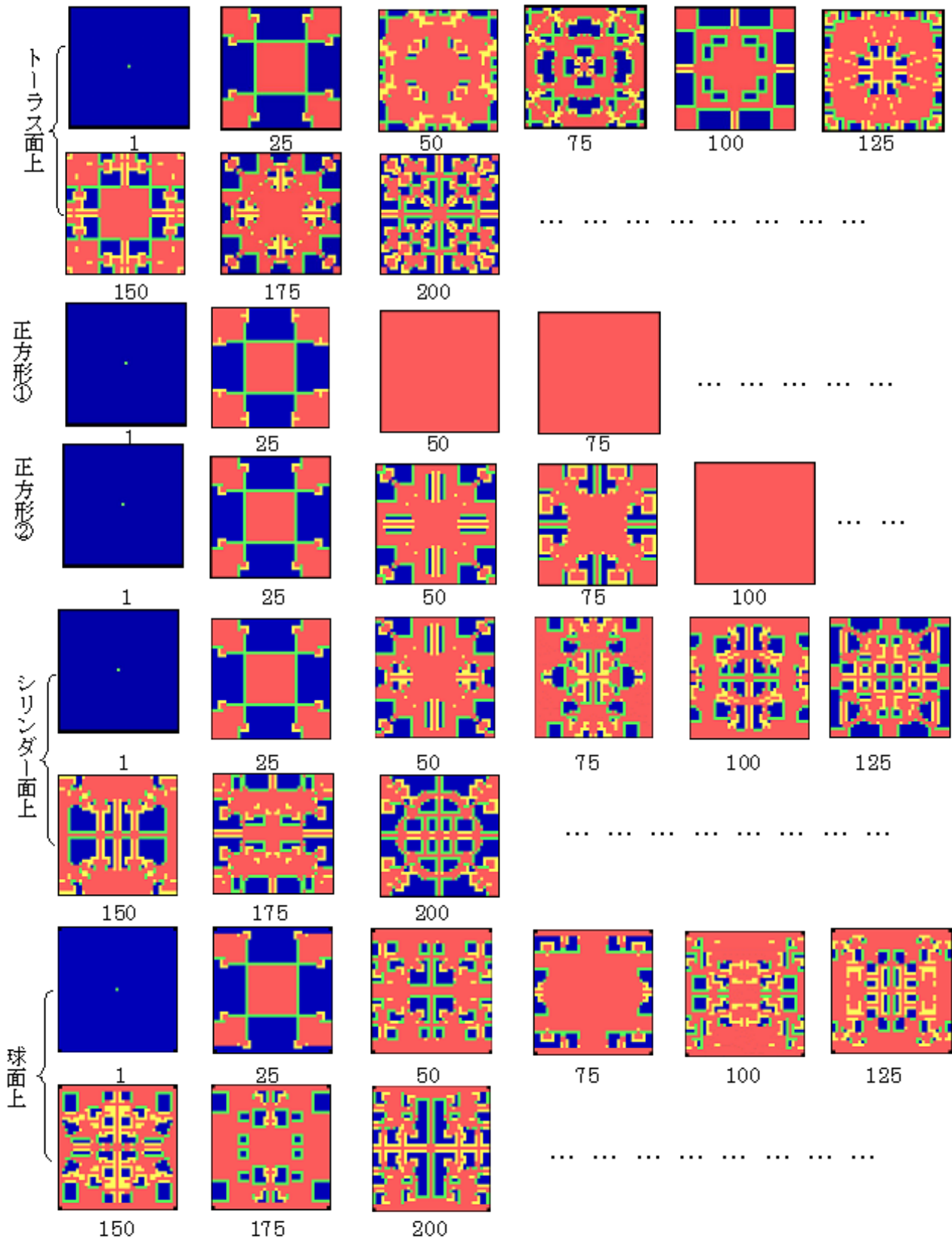


図2 実行面の形状と結果

各セルの戦略は、「協力」または「裏切」である。1世代前の戦略までさかのぼって、ハイフン（-）を使って「今回の戦略 - 前回の戦略」と表すとき、「協力 - 協力」を青、「協力 - 裏切」を緑、「協力 - 協力」を赤、「協力 - 裏切」をオレンジで示した。縦横41セル合計1681セル（球面のみ最上段と最下段に1セルずつ加えた1683セル）の戦略を示す。パターンの下の数字は世代。

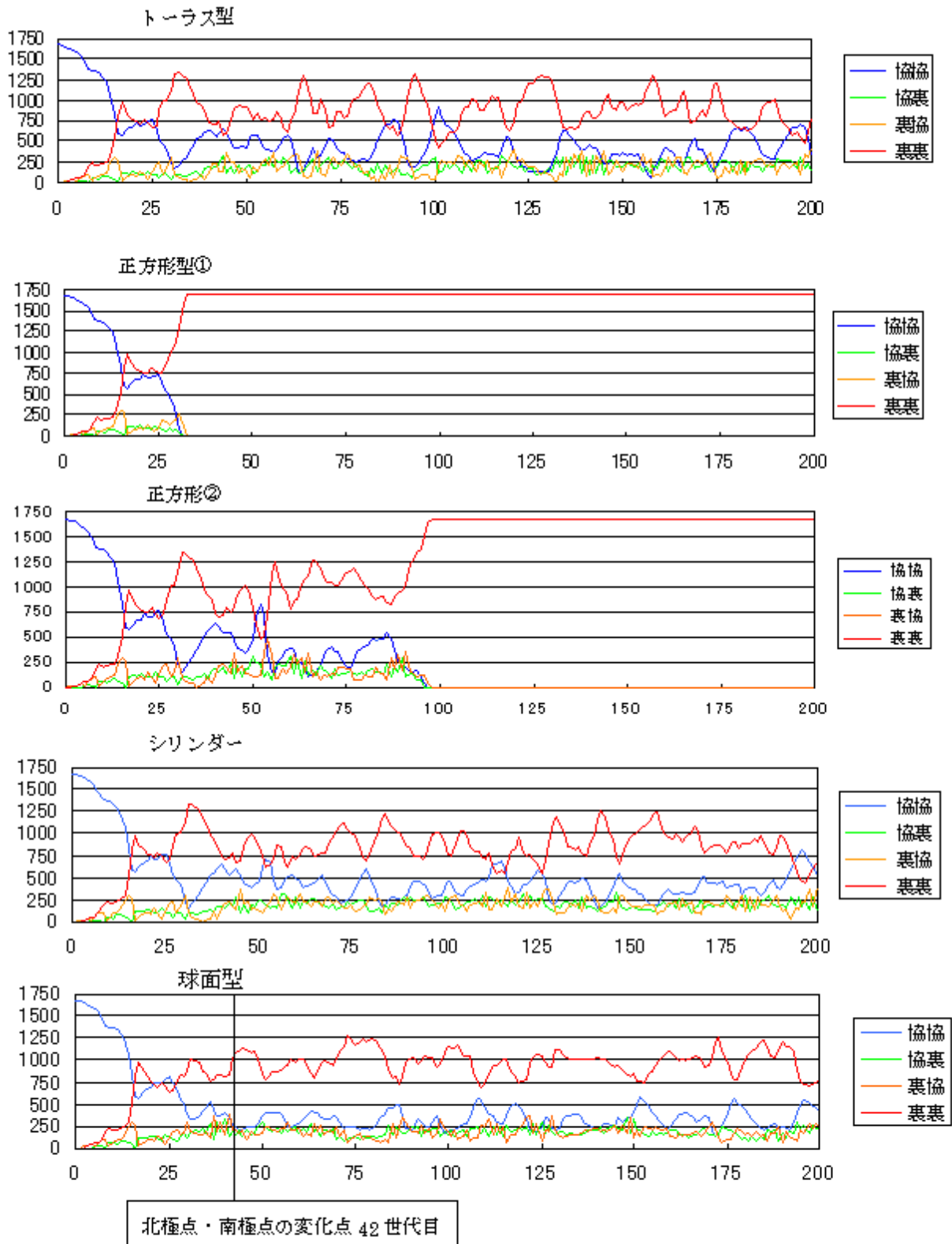


図3 実行面別の戦略セル数の推移

各セルの戦略は、「協力」または「裏切」である。1世代前の戦略までさかのぼって「今回の戦略 - 前回の戦略」と表すとき、「協力 - 協力」(協協)を青、「協力 - 裏切」(協裏)を緑、「裏切 - 協力」(裏協)を赤、「裏切 - 裏切」(裏裏)をオレンジで示した。各グラフは、合計1681セル(球面のみ1683セル)の内数としての各戦略のセル数を表している。

4. 考察と今後の課題

今回は5つの異なる実行平面でおこなったのだがこの5だけでもかなりの実行結果の違いがでていた。

特に、上下左右端ともつながりのない正方形は少しプログラムを変えただけでほかのよりも劇的に変化していた。

球面に関しては、今回は、簡単のためシリンドーをトポロジカルに変形したもので球面上の再現としたが、本方法で、複雑な動きを再現することができ、球面のシミュレーションとすることも十分可能であると考えられる。ただし、北極点と南極点は、特殊なセルとなるため、この方法では、完全に対称な球面ではない。さらに、例えば、実際に地球の状態に近づけてシミュレーションするには形状だけでなく色々なことを考慮しなければならない。環境や地形、人の思考など様々なことを考慮しなければならないだろう。よって今後の課題として多くの形状やプログラムを試し、より実用的なシミュレーション条件を明らかにすることが必要である。

謝辞

研究および製本にあたり、はせがわ研究室の皆様や先生に大変お世話になりました。お礼もうしあげます。

参考文献

- 1) 長谷川聡、長谷川昌広：「球面セルオートマトンとその応用 - めだか初期胚の律動性収縮運動のシミュレーション - 」、名古屋文理大学紀要 第2号
- 2) 加藤恭義、光成友孝、築山洋：「セルオートマトン法 - 複雑系の自己組織化と超並列処理 - 」、森北出版株式会社
- 3) Martin.A.Nowak ,Karl.Sigmund, Robert.M.May:「“ 囚人のジレンマ ” と生物の進化」,日経サイエンス,8,p50~57 , (1995) . (原論文 : “ The Arithmetics of

Mutual Help” , SCIENTIFIC AMERICAN JUNE 1995.)

- 4) A. L. Lloyd: 「囚人のジレンマ・ゲームを作ろう」, 日経サイエンス, 8, p.58~61, (1995). (原論文 : “ Computing Bouts of the Prisoner s Dilemma” , SCIENTIFIC AMERICAN JUNE 1995.)